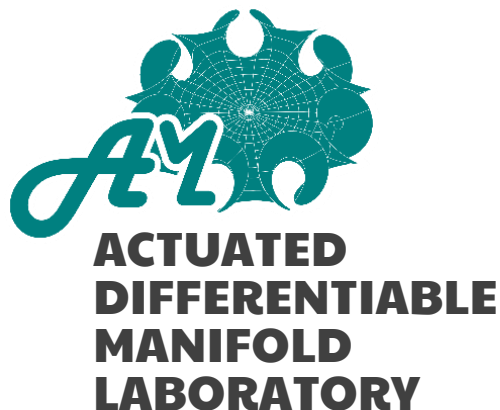


曲面形状ロボット： 微分幾何学とロボット工学の新しい繋がり



信州大学 繊維学部 機械・ロボット学科
バイオエンジニアリングコース

作動可微分多様体研究室 岩本 憲泰



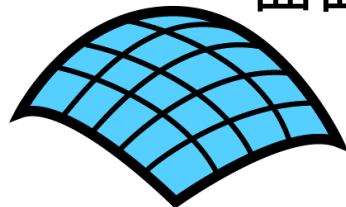
作動可微分多様体研究室

Actuated Differentiable Manifold Laboratory

曲線

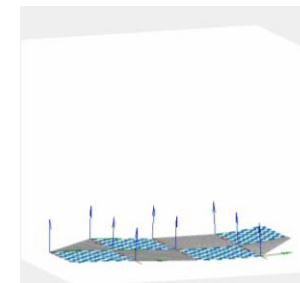
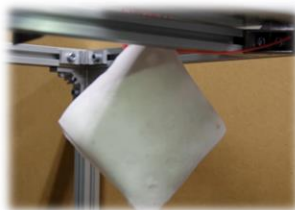
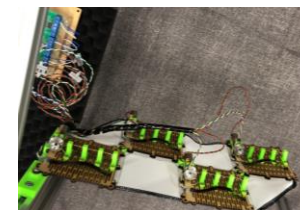
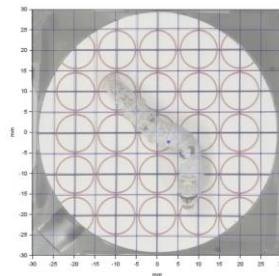
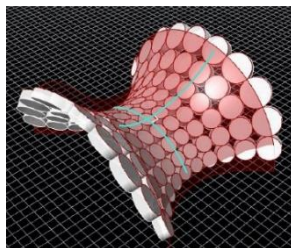
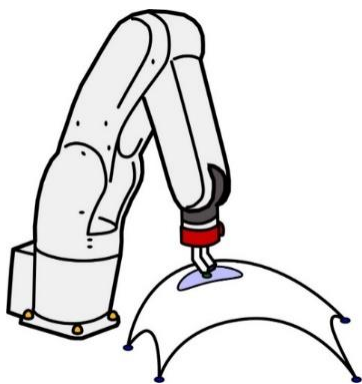


曲面



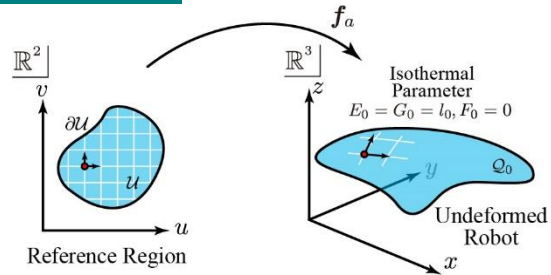
作動+可微分多様体

= 変形するまたは変形させられる曲線・曲面形状の物体

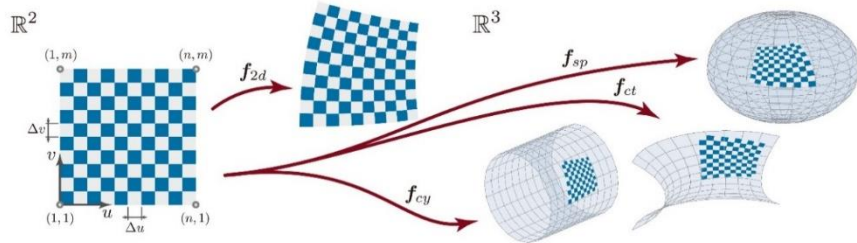


研究のアプローチ

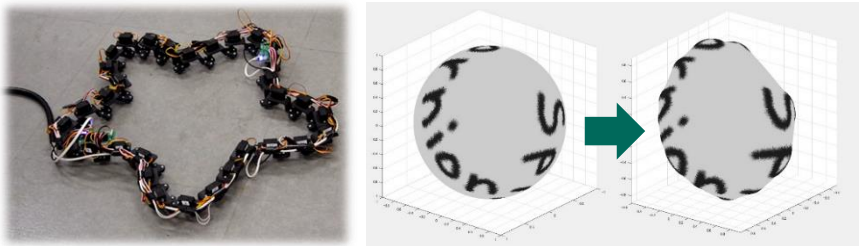
基礎理論



座標系の設定

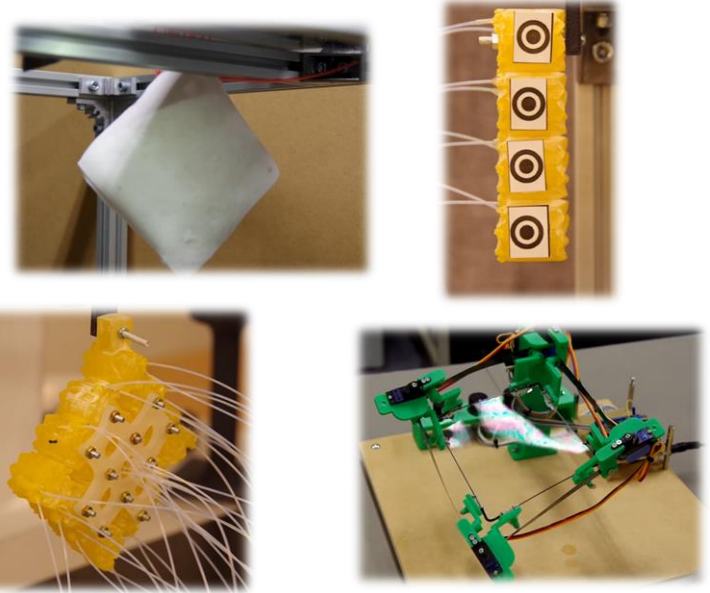


運動学理論

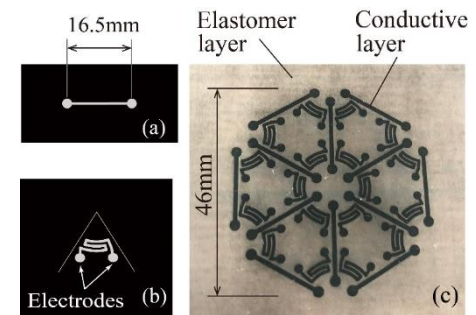


フィードバック制御

ロボットの具現化

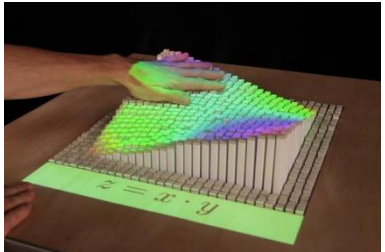


ロボットの開発

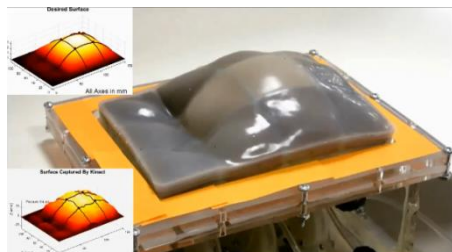


センサの開発

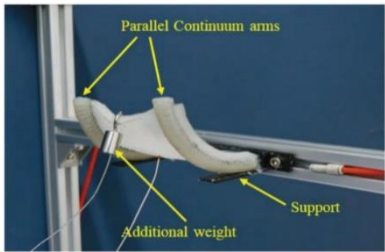
曲面を表現可能なロボット・デバイス・アクチュエータ



S. Follmer et al.,
IEEE 2015



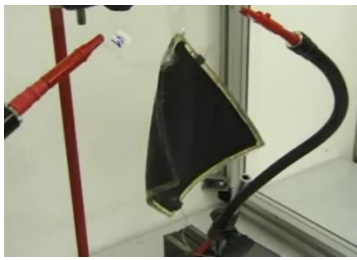
A. A. Stanley et al.,
ICRA, 2016



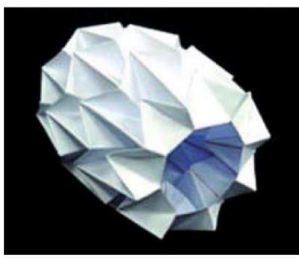
H. Habibi et al.,
IROS, 2018



Y. Funabara,
SII, 2017



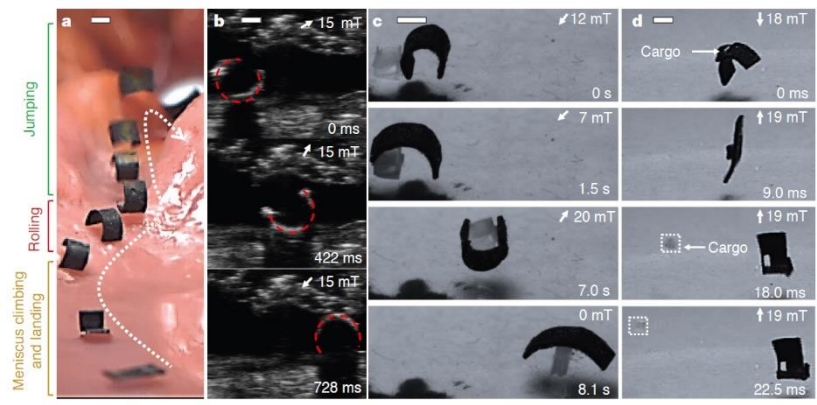
<https://www.youtube.com/watch?v=uhrWqCT09KM>



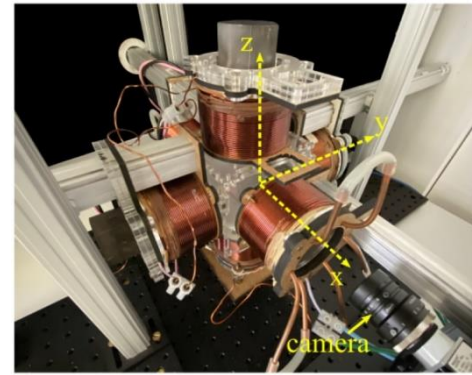
D.-Y. Lee et al.,
Soft Robotics, 2017



E. Steltz et al.,
IROS, 2009



W. Hu et al., Nature, 2018



U. Culha et al., Robotics:
Science and Systems, 2020

ロボット工学の基礎

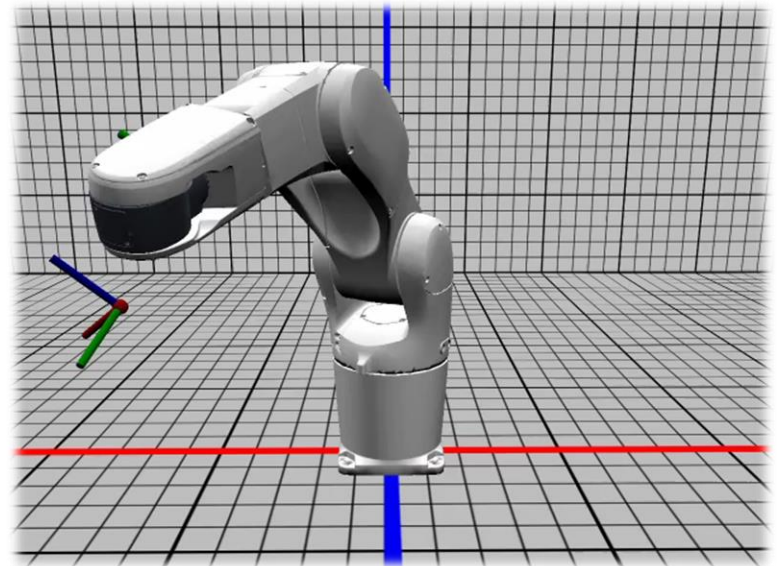
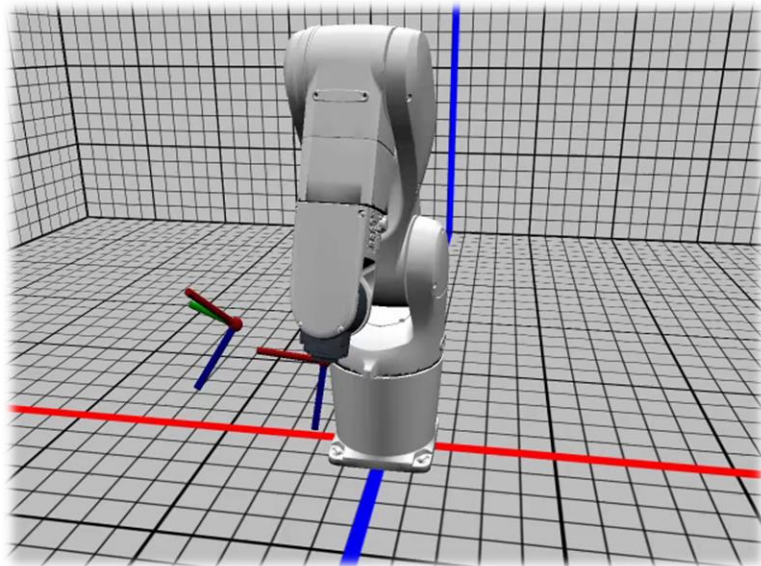
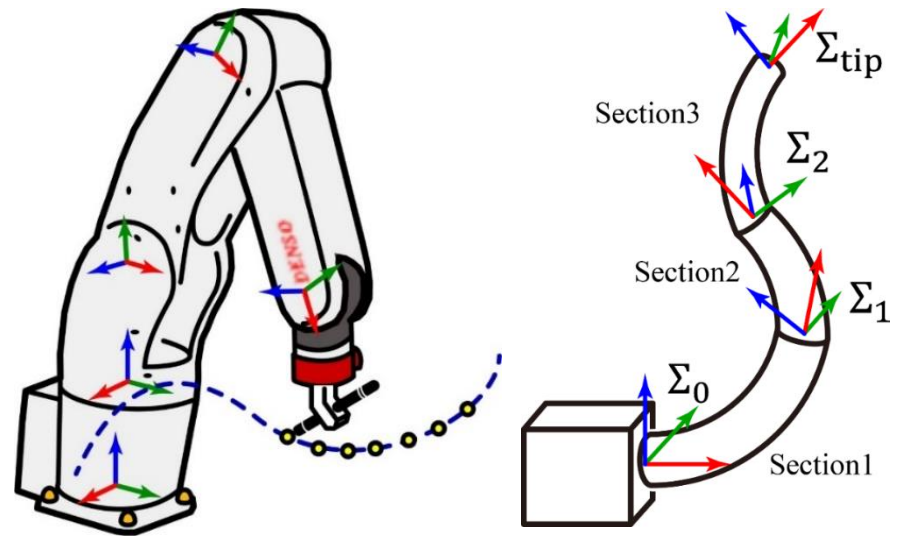
◇ 座標系の設定

◇ 順運動学

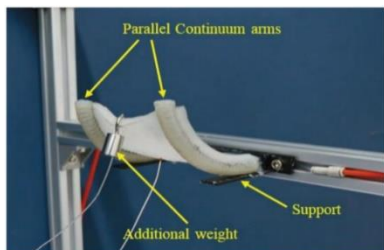
各関節角度 → 手先位置姿勢

◇ 逆運動学

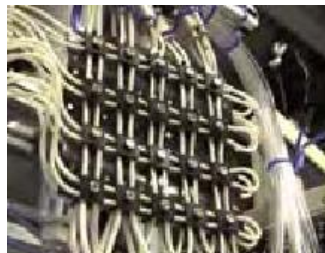
手先位置姿勢 → 各関節角度



問題意識



H. Habibi et al.,
IROS, 2018

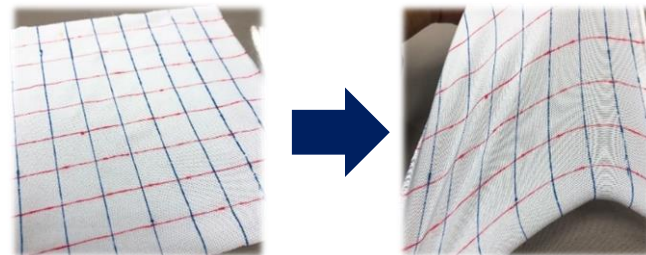


Y. Funabara,
SII, 2017

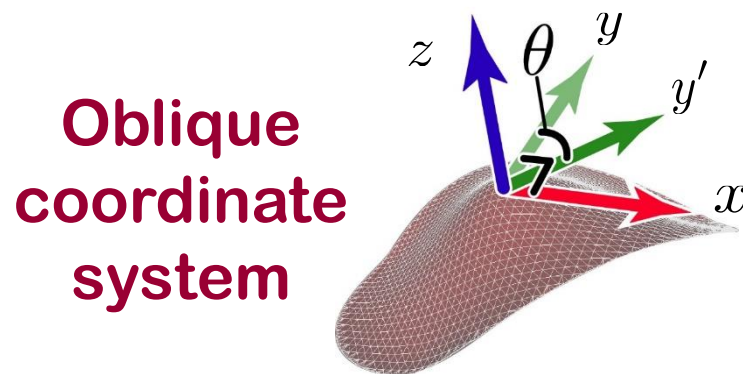


E. Steltz et al.,
IROS, 2009

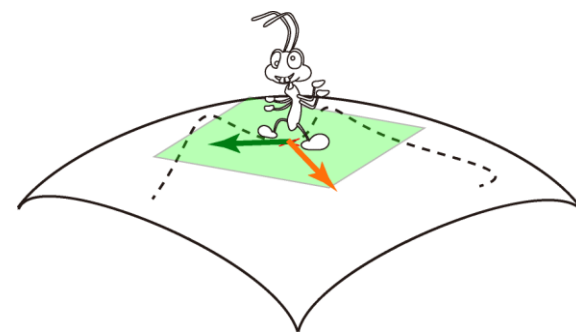
- 剛体ロボットの運動学がそのまま使えない
- 曲面の微分幾何が難しすぎる



Shear deformation



Oblique coordinate system



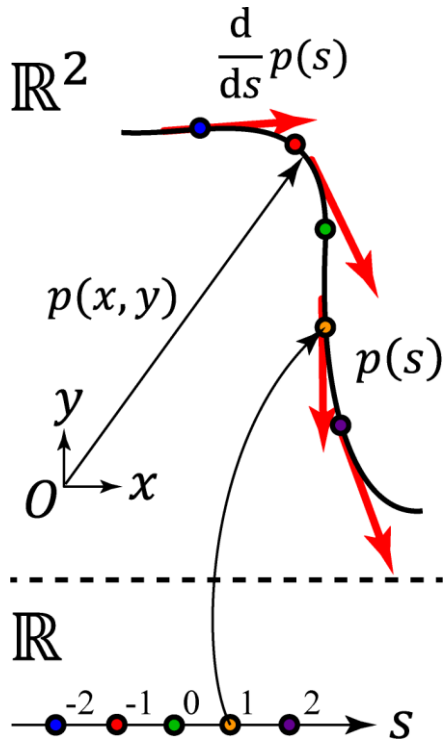
Differential Geometry

できる限りせん断変形しない曲面形状ロボットの具現化

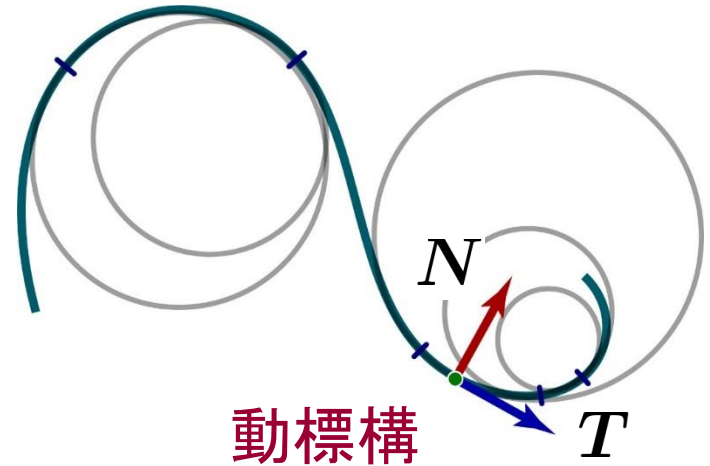
(現実にそんな物体があるの?)

曲線(平面内)の微分幾何

- s : 弧長径数
- T : 接ベクトル
- N : 法ベクトル
- κ : 曲率



弧長径数
接ベクトルの
ノルムが1



動標構

Frenetの公式

$$\frac{d}{ds}T = -\kappa(s)N(s)$$

$$\frac{d}{ds}N = \kappa(s)T(s)$$

2つの微分方程式を積分すると動標構が、
さらに積分すると位置が求まる

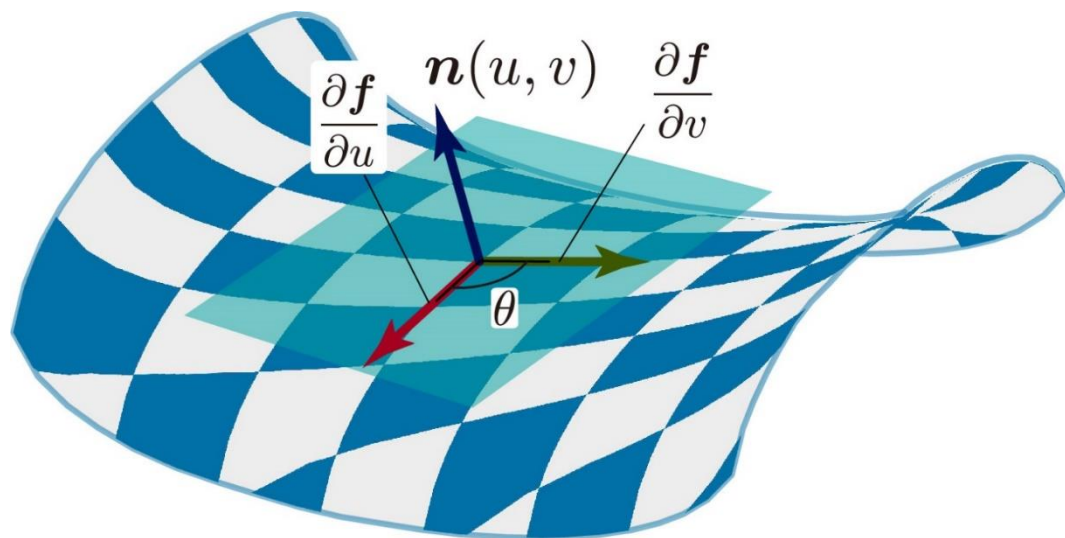
曲率(関数)が決まれば
曲線の形状は一意に決まる

曲面の幾何学量

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 : (u, v) \mapsto (x, y, z)$$

$$f_x = \partial f / \partial x$$

$$f_{xy} = \partial f / \partial x \partial y$$



曲面の幾何学量

$$f_x = \partial f / \partial x$$

$$f_{xy} = \partial^2 f / \partial x \partial y$$

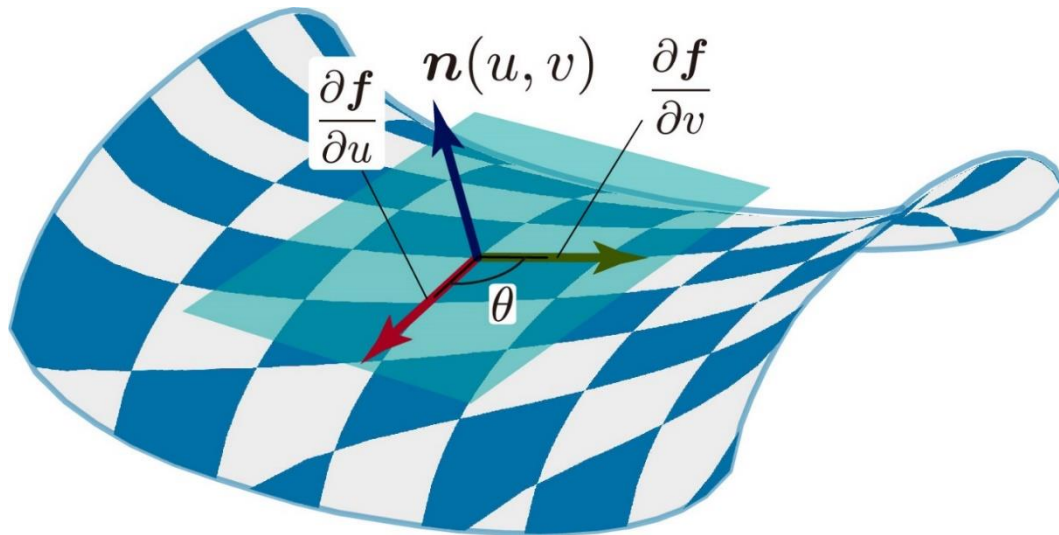
$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 : (u, v) \mapsto (x, y, z)$$

第1基本量

$$E = \|\mathbf{f}_u\|^2, \quad F = \mathbf{f}_u \cdot \mathbf{f}_v, \quad G = \|\mathbf{f}_v\|^2$$

第2基本量

$$L = \mathbf{f}_{uu} \cdot \mathbf{n}, \quad M = \mathbf{f}_{uv} \cdot \mathbf{n}, \quad N = \mathbf{f}_{vv} \cdot \mathbf{n}$$



各点で6つのパラメータ



曲面の動標高

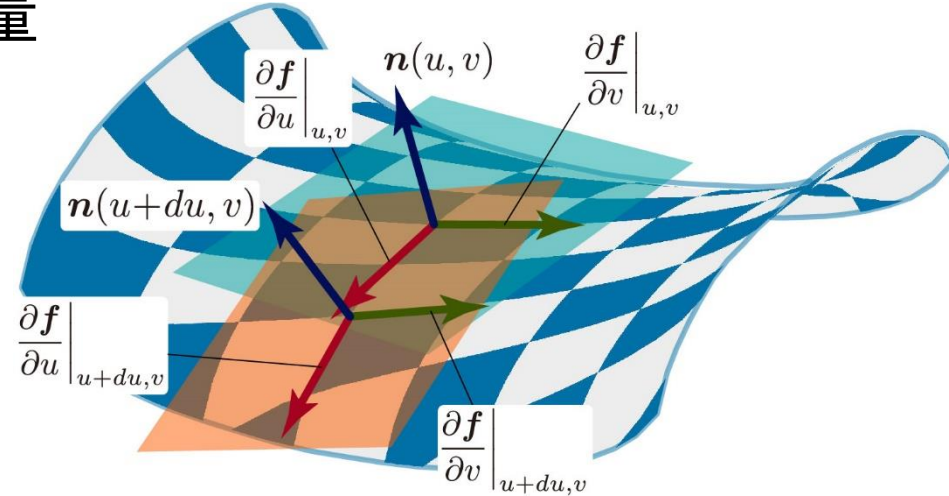
曲線におけるFrenet-Serretの公式の曲面バージョンは？

Gaussの公式: 接ベクトルの変化量

$$\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} = \Gamma_{11}^1 \frac{\partial f}{\partial u} + \Gamma_{11}^2 \frac{\partial f}{\partial v} + Ln$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} = \Gamma_{12}^1 \frac{\partial f}{\partial u} + \Gamma_{12}^2 \frac{\partial f}{\partial v} + Mn$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial v^2} = \Gamma_{22}^1 \frac{\partial f}{\partial u} + \Gamma_{22}^2 \frac{\partial f}{\partial v} + Nn$$



Weingartenの公式: 法線ベクトルの変化量

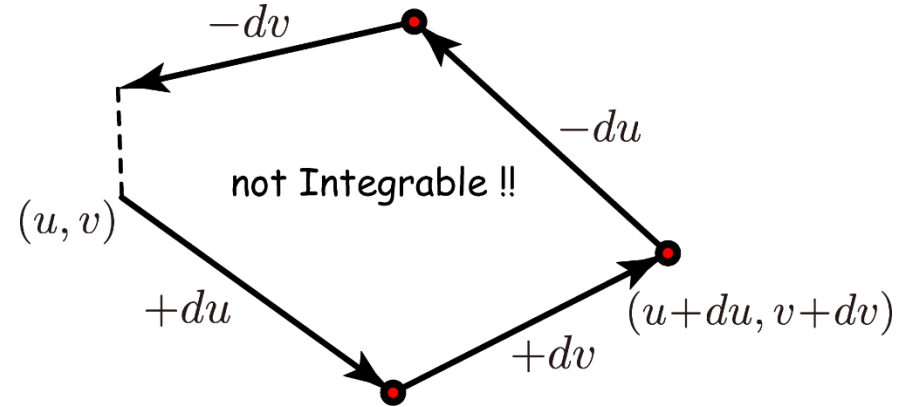
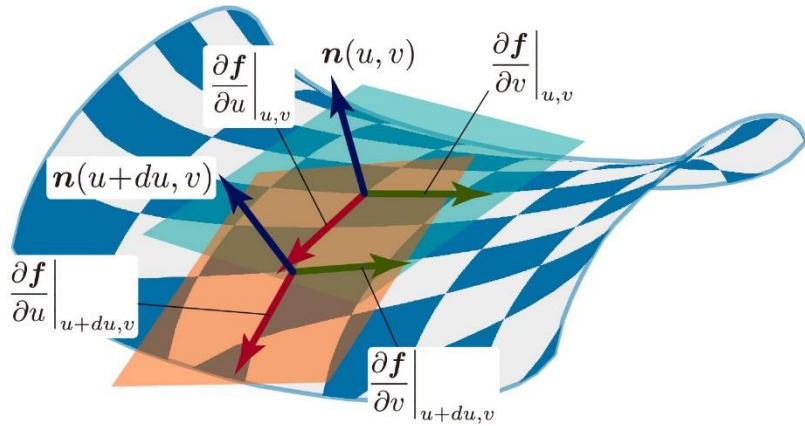
$$\frac{\partial n}{\partial u} = \frac{FM - GL}{EG - F^2} \frac{\partial f}{\partial u} + \frac{FL - EM}{EG - F^2} \frac{\partial f}{\partial v}$$

$$\frac{\partial n}{\partial v} = \frac{FN - GM}{EG - F^2} \frac{\partial f}{\partial u} + \frac{FM - EN}{EG - F^2} \frac{\partial f}{\partial v}$$



Christoffel記号
$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11}^1 & \Gamma_{12}^1 & \Gamma_{22}^1 \\ \Gamma_{11}^2 & \Gamma_{12}^2 & \Gamma_{22}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & F \\ F & G \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \frac{\partial E}{\partial u} & \frac{1}{2} \frac{\partial E}{\partial v} & \frac{\partial F}{\partial v} - \frac{1}{2} \frac{\partial G}{\partial u} \\ \frac{\partial F}{\partial u} - \frac{1}{2} \frac{\partial E}{\partial v} & \frac{1}{2} \frac{\partial G}{\partial u} & \frac{1}{2} \frac{\partial G}{\partial v} \end{bmatrix}$$

可積分条件



曲面が局所的に
可積分となる条件は

Gauss方程式

$$\frac{\partial \Gamma_{jk}^i}{\partial u_l} - \frac{\partial \Gamma_{jl}^i}{\partial u_k} + \sum_{p=1}^2 (\Gamma_{jk}^p \Gamma_{pl}^i - \Gamma_{jl}^p \Gamma_{pk}^i) = \sum_{p=1}^2 (h_{jk} h_{lp} - h_{jl} h_{kp}) g^{pi}$$



Codazzi-Mainardi方程式

$$\frac{\partial h_{ij}}{\partial u_k} - \frac{\partial h_{ik}}{\partial u_j} + \sum_{p=1}^2 (\Gamma_{ij}^p h_{pk} - \Gamma_{ik}^p h_{pj}) = 0$$

を満たすこと

Isothermic Parameter

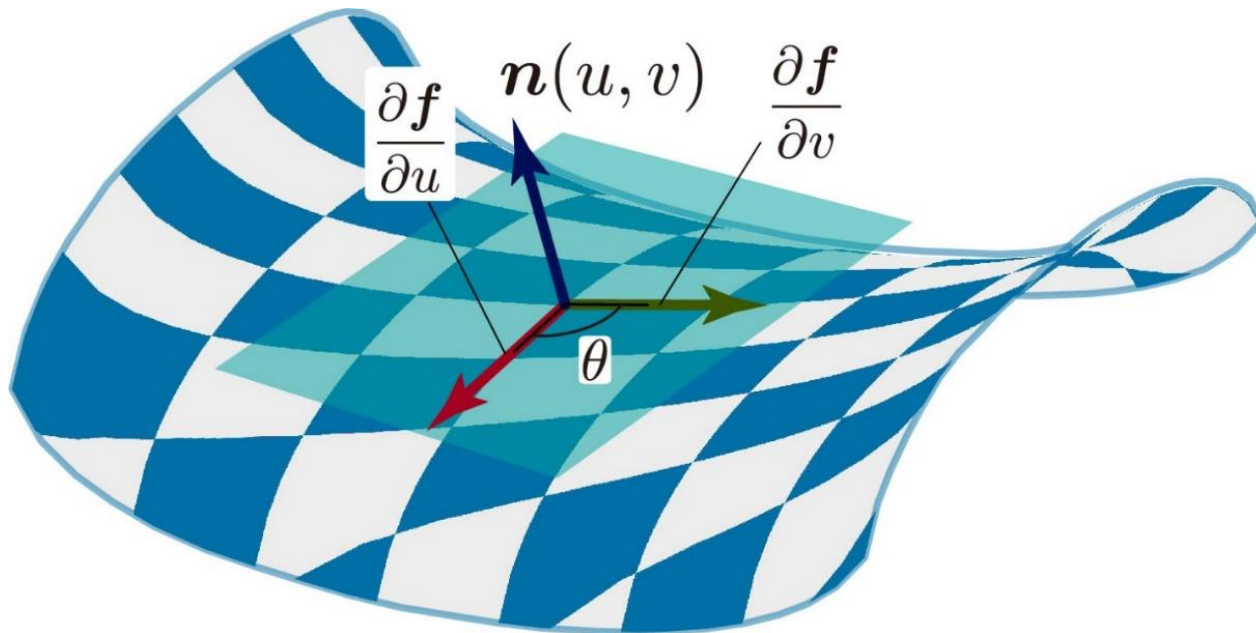
Isothermal Parameter

$$E = G, F = 0$$

+

Curvature Line Parameter

$$M = 0$$



Isothermic Parameter

Isothermal Parameter

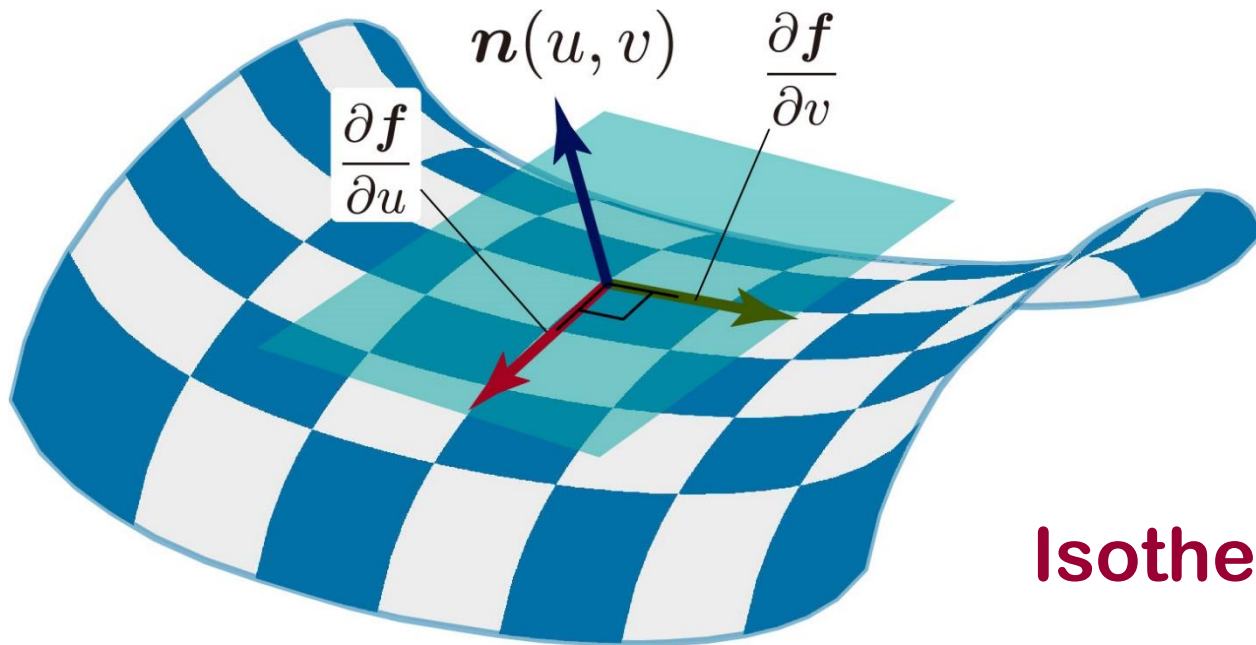
$$E = G, F = 0$$

+

Curvature Line Parameter

$$M = 0$$

各点で3つのパラメータ & 方程式も簡略化できる

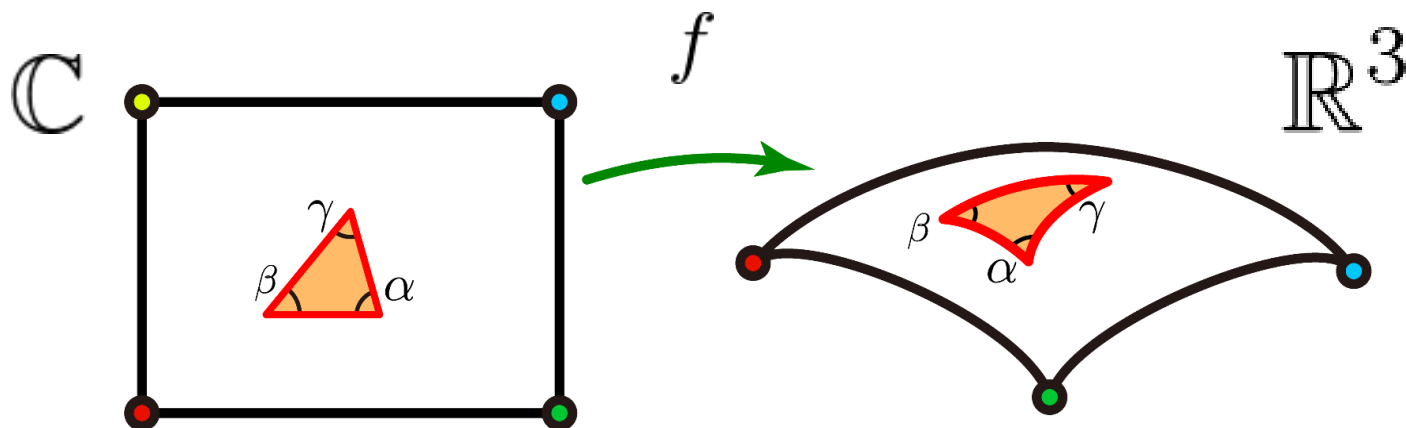


Isothermic Surface

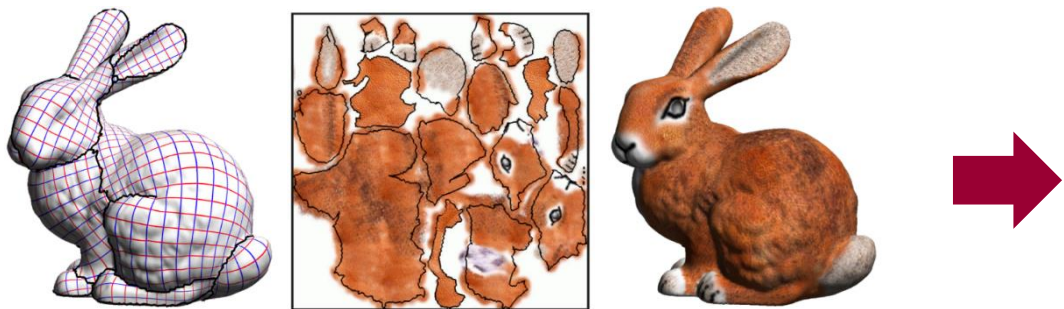
これが提案する座標系設定法

等角写像

写像された2線のなす角が写像前と写像後で等しい



Texture Mapping in CG



B. Levy, Transaction on Graphics, 2002

Conformal Transformation

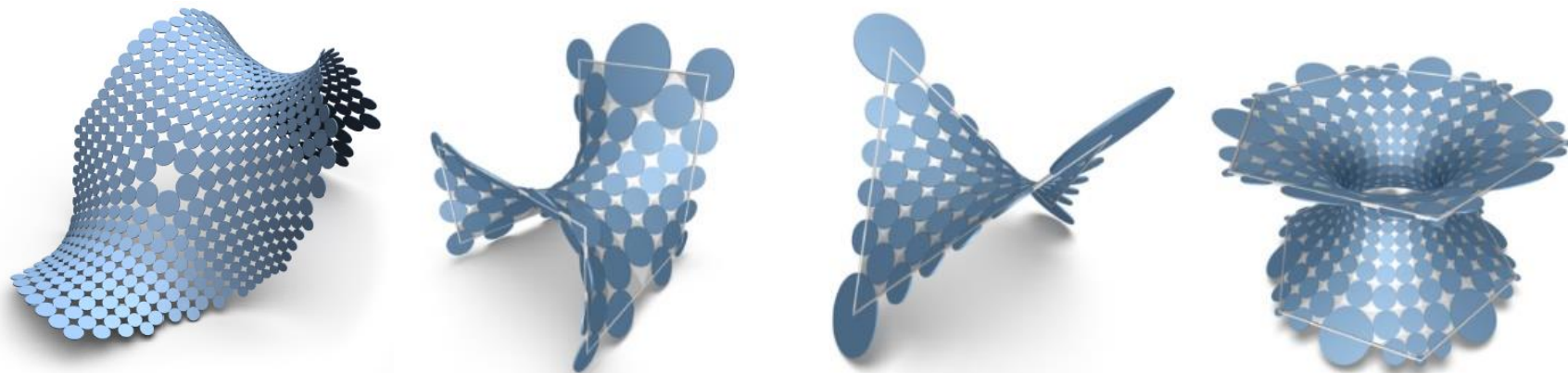
- Coordinate Setting
- Kinematic Theory
- Feedback Control

問い

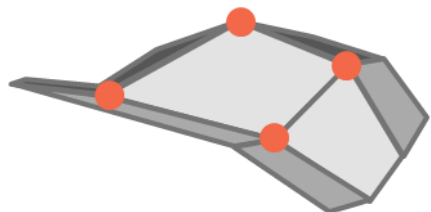
等温曲面をロボットで実現できるか？

S-Isothermic Surface

S. Sechelmann et al. , “Quasiisothermic Mesh Layout”,
Advances in Architectural Geometry, 2012

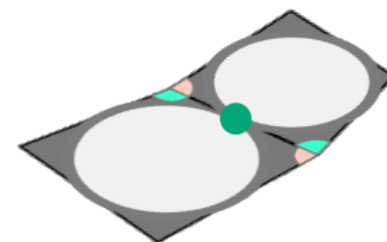
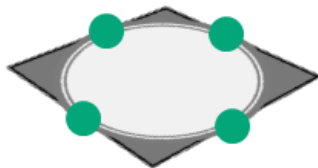


Isothermic Surfaceの「正しい」離散化方法の一つ



四角形の4つの
頂点が同一平面上

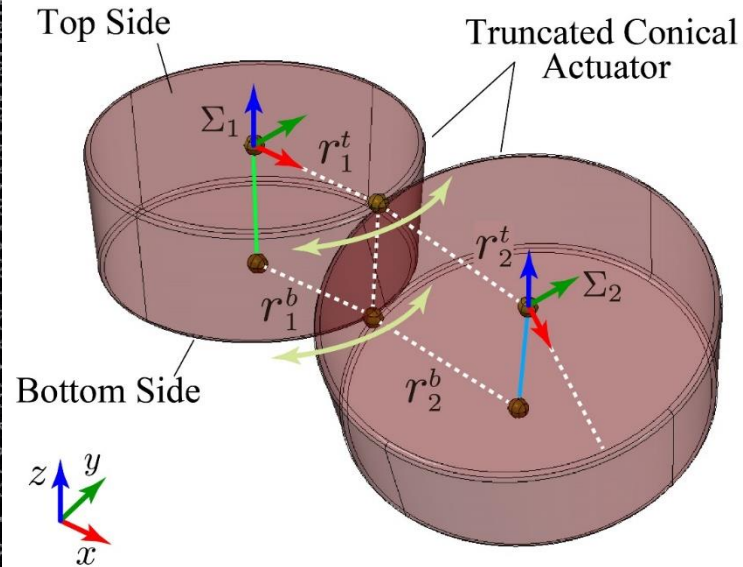
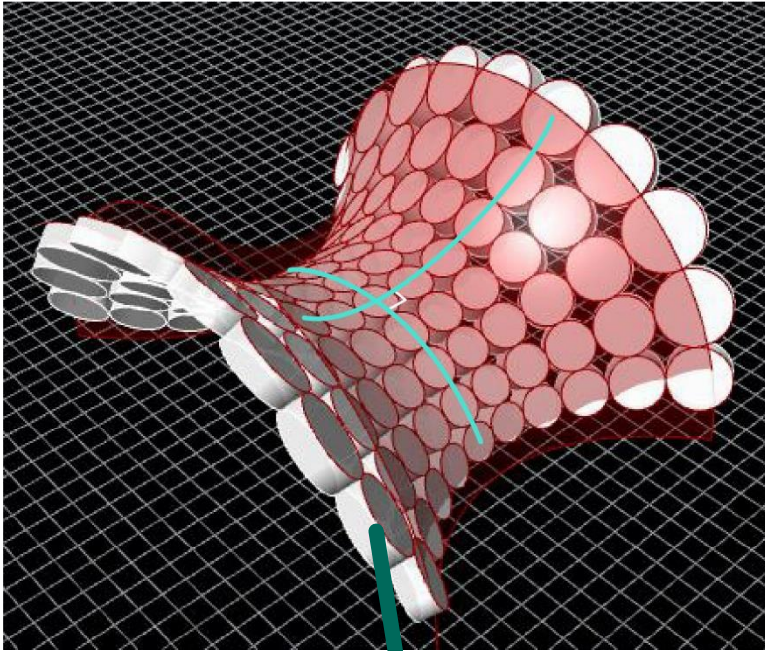
四角形が
内接円を持つ



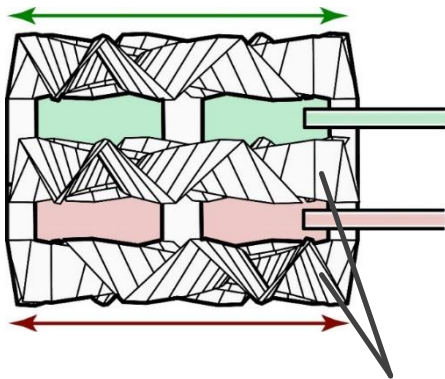
隣接する四角形の
内接円接点が
共通の辺上で一致

Robotic S-Isothermic Surfaceのコンセプト

ICRA 2021



Example



Folded Structure

能動的に制御:

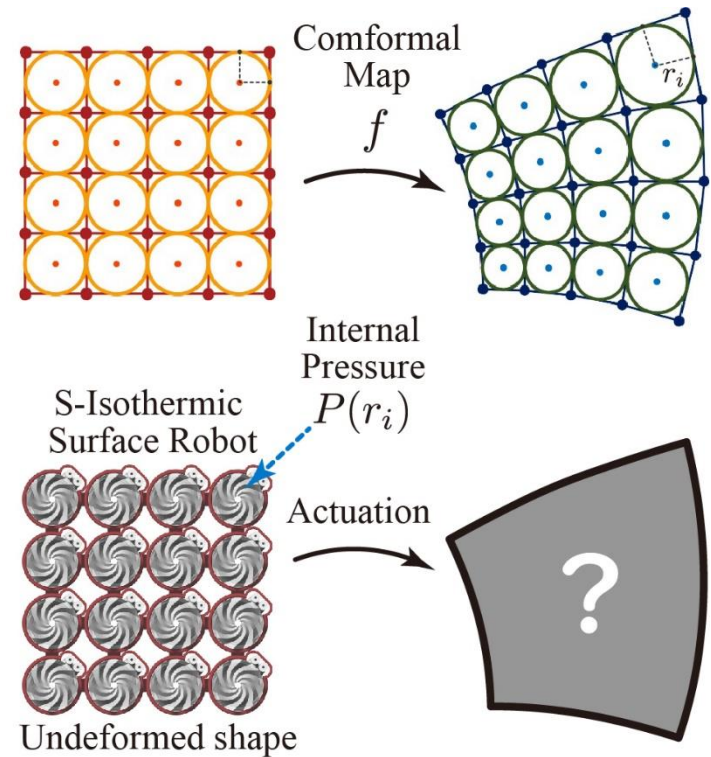
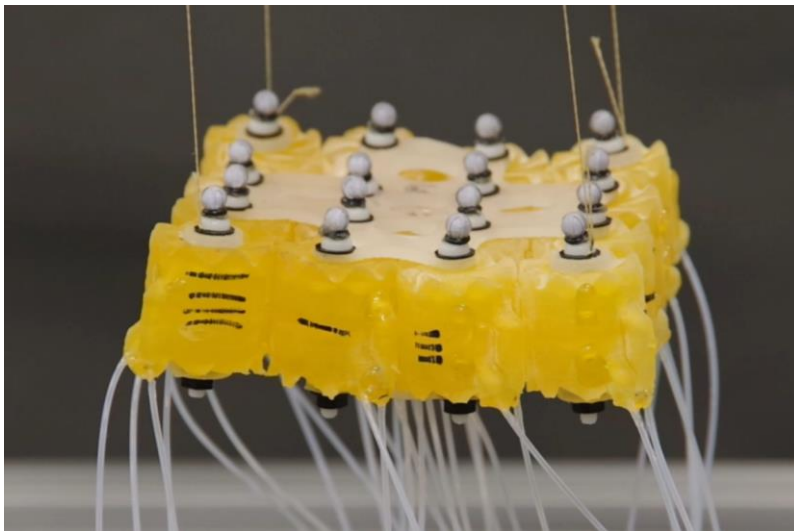
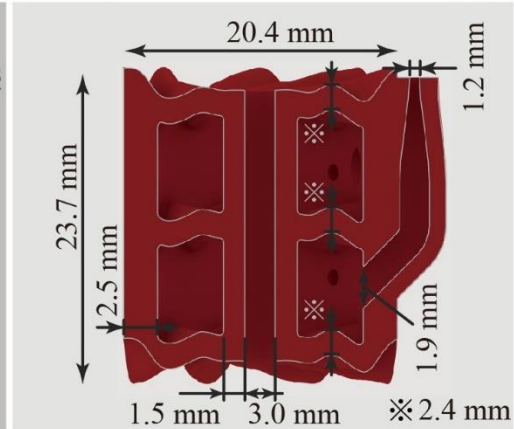
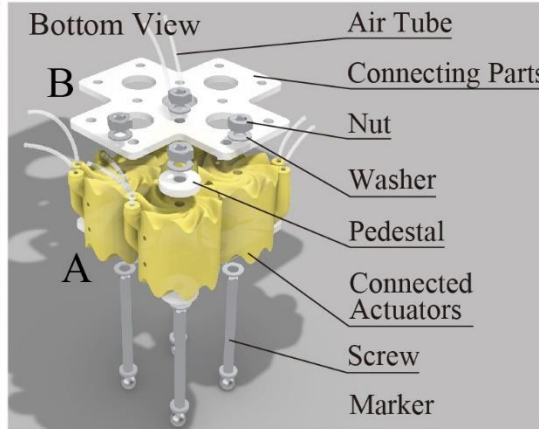
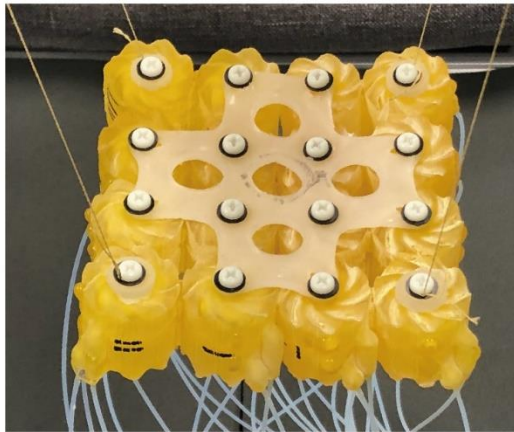
表面と裏面の半径

受動的に変化:

隣接アクチュエータの接点

Robotic S-Isothermic Surface (両面駆動版)

RA-L 2022



Robotic S-Isothermic Surfaceの平面内等角変形

RA-L 2022

等角変形として一次分数変換を選択

Linear Fractional Transformation

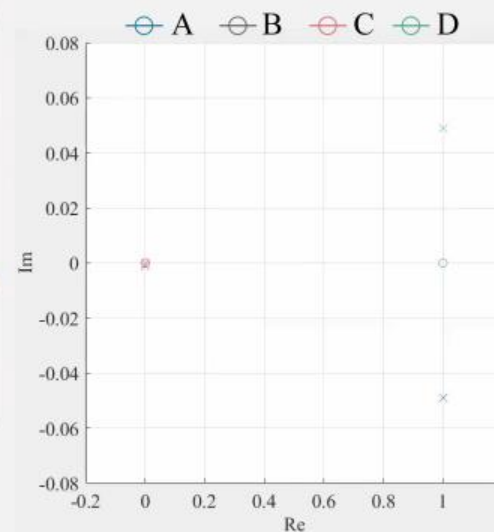
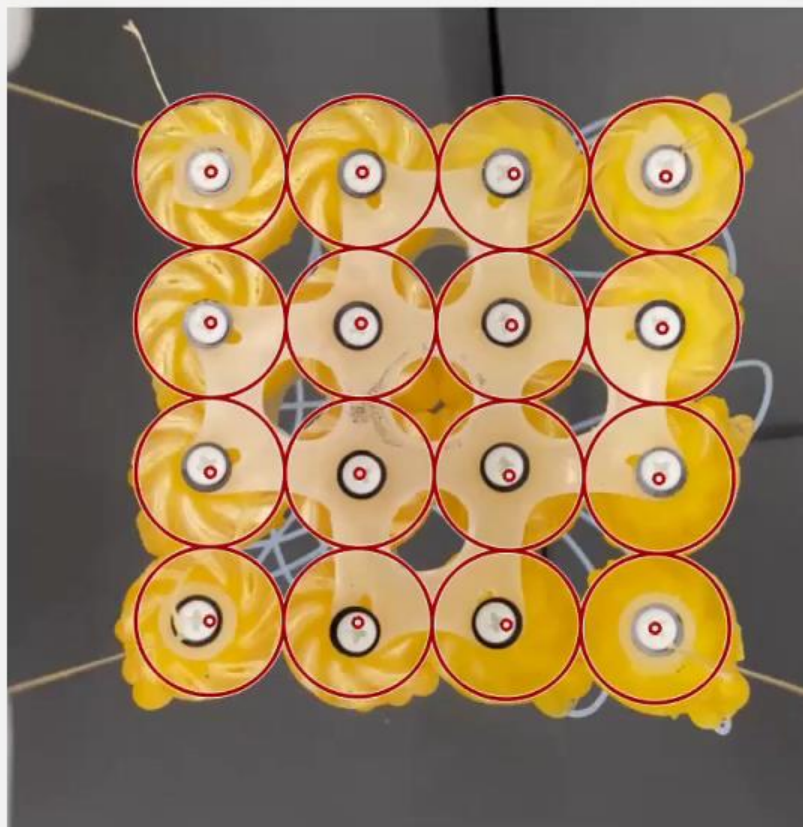
$$w = \frac{Az + B}{Cz + D}$$

$$A = 1.0100 - 0.0484i$$

$$B = 0.0009 - 0.0018i$$

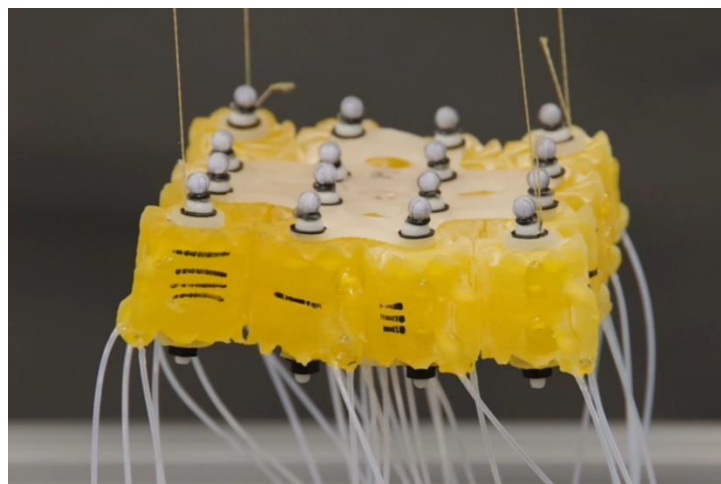
$$C = -0.0014 - 0.0001i$$

$$D = 0.9878 + 0.0473i$$

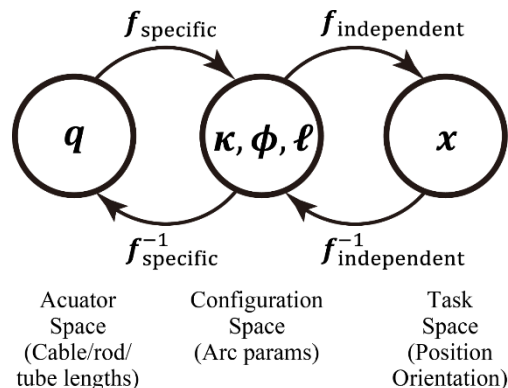
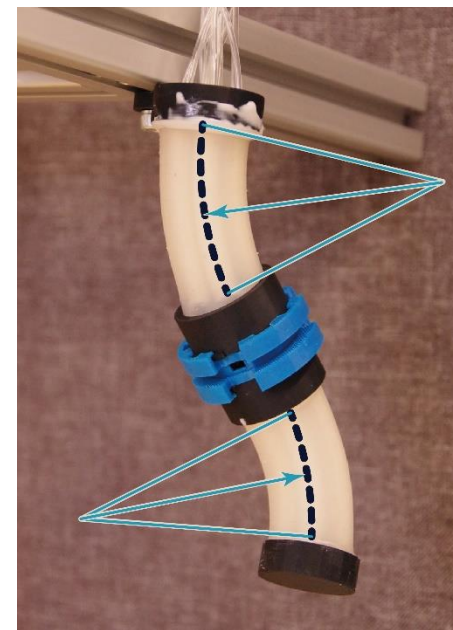
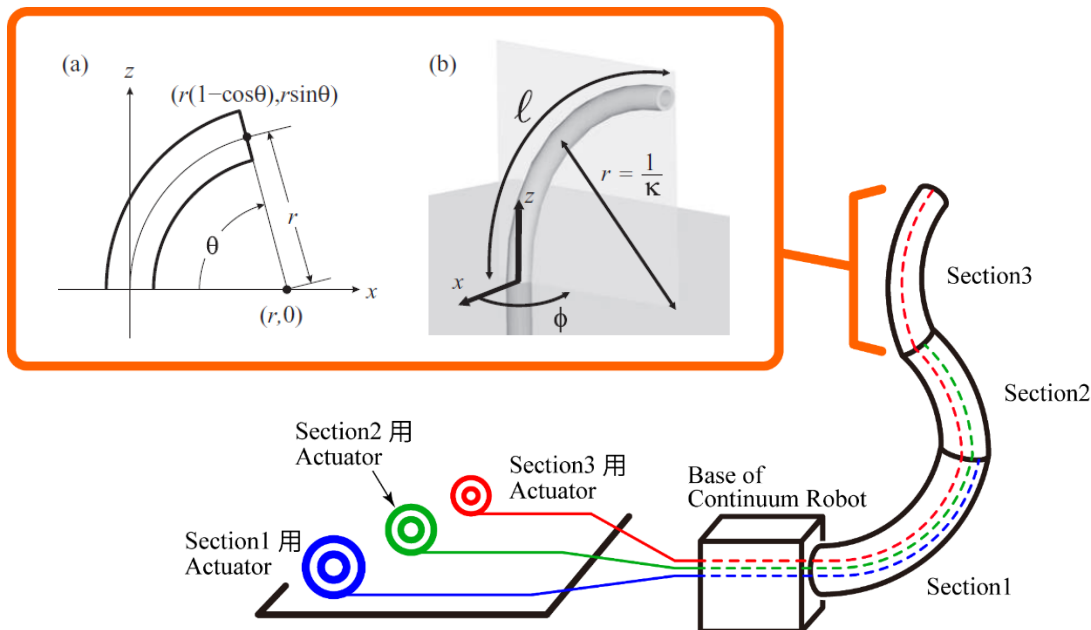


できる限り少ない変数で
複雑な形状を表現できる
曲面モデルとそのロボットの組は何か？

曲面の変数→形



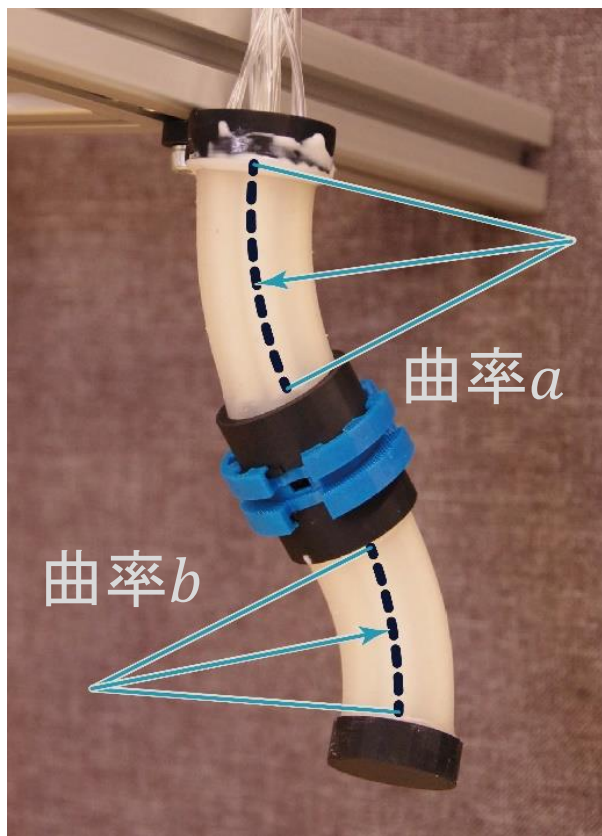
区分曲率一定によるモデル化



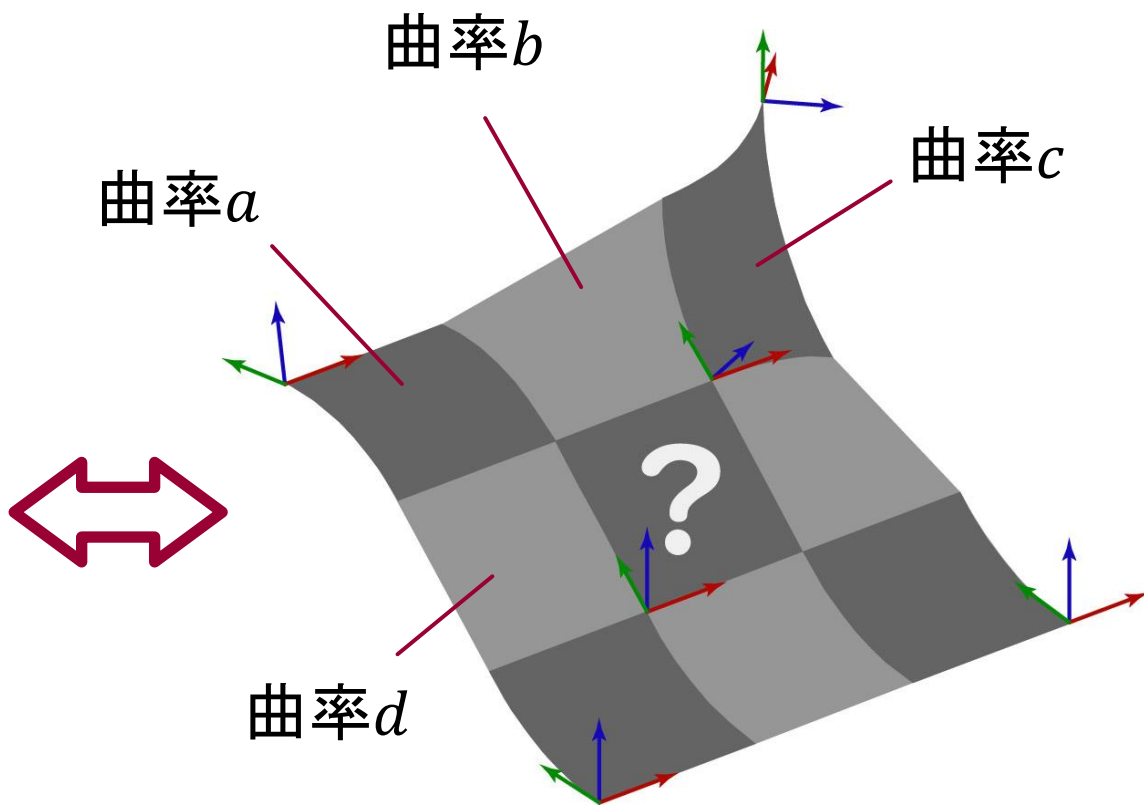
$f_{\text{independent}} =$

$$\begin{bmatrix} \cos \phi \cos \kappa s & -\sin \phi & \cos \phi \sin \kappa s & \frac{\cos \phi (1 - \cos \kappa s)}{\kappa} \\ \sin \phi \cos \kappa s & \cos \phi & \sin \phi \sin \kappa s & \frac{\sin \phi (1 - \cos \kappa s)}{\kappa} \\ -\sin \kappa s & 0 & \cos \kappa s & \frac{\sin \kappa s}{\kappa} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ◇ ロボットの機構に依存する部分としない部分に分離
- ◇ 機構に依存しない部分は, 同次変換行列で表現

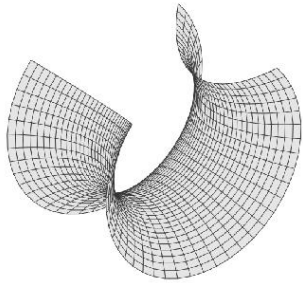


区分的に曲率一定の
曲線形状ロボット

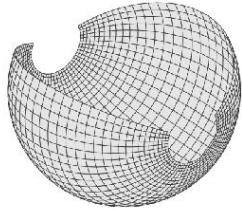


区分的に曲率一定の
曲面形状ロボット

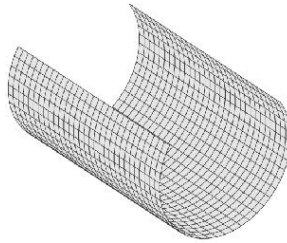
平均曲率一定曲面 (CMC曲面)



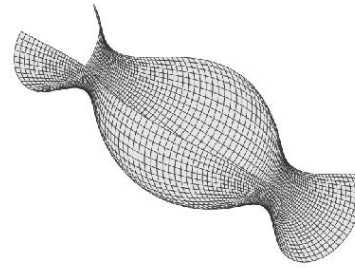
Catenoid



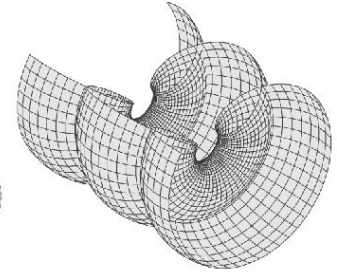
Sphere



Cylinder

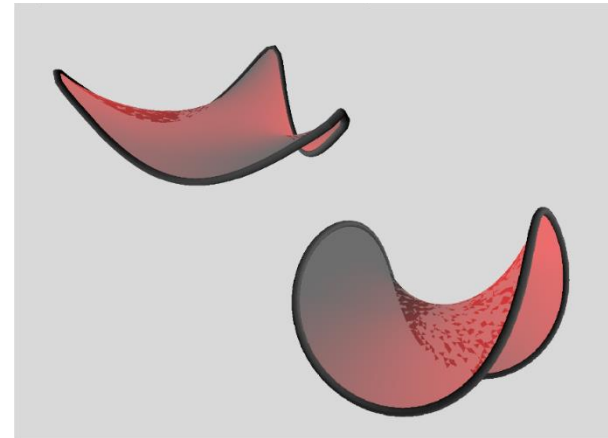
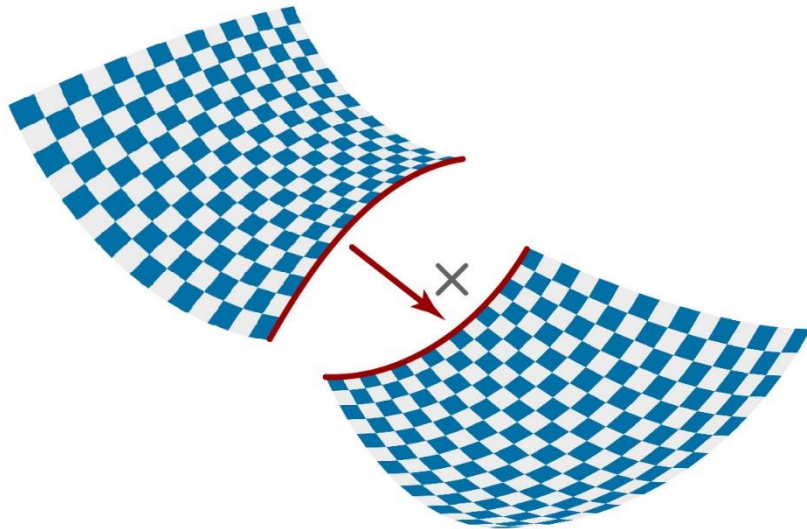


Unduloid

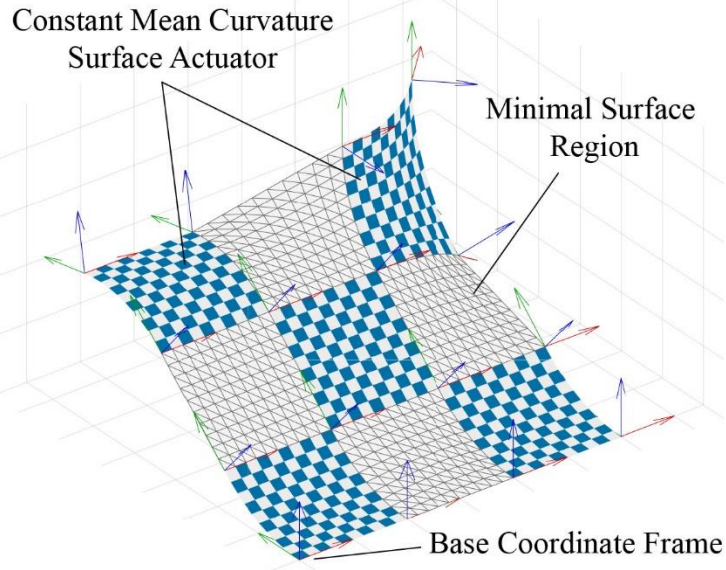


Nodoid

ただし, 上の曲面を直接
貼り合わせることはできない



極小曲面 (与えられた枠に張る
面積が最小の曲面):
平均曲率はいたるところでゼロ

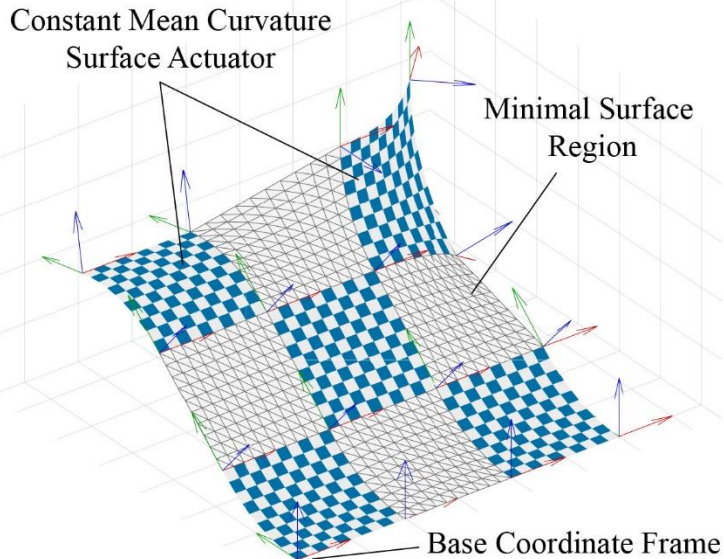


市松模様状に平均曲率一定な回転面と
極小曲面を貼り合わせる

回転面部：曲面形状アクチュエータ

極小曲面部：布・シャボン液

or アクチュエータ

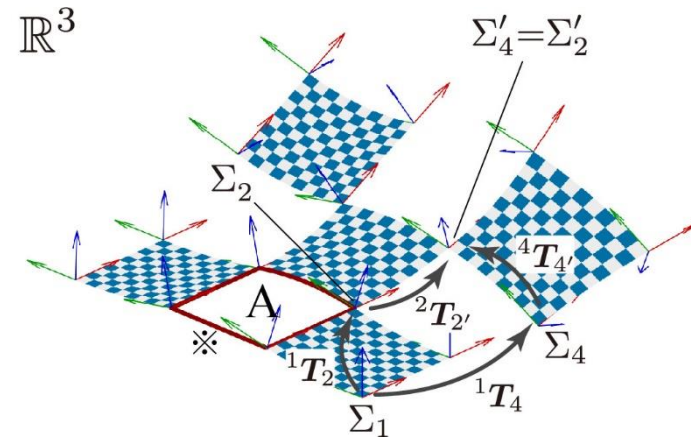
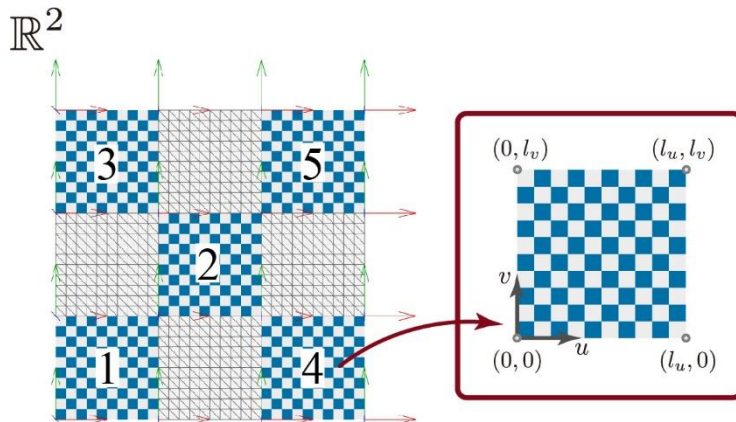


市松模様状に平均曲率一定な回転面と極小曲面を貼り合わせる

回転面部: 曲面形状アクチュエータ

極小曲面部: 布・シャボン液

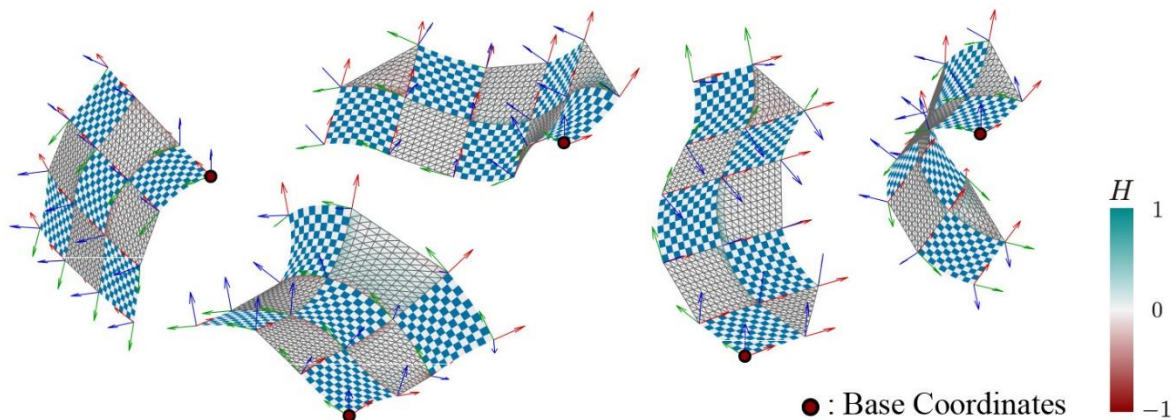
or アクチュエータ



- 全ての回転面部を最初に求め、その後極小曲面部を計算
- 回転面部の形状は関数表現なので、計算時間はほとんどいらない

順運動学の結果

幾何形状と半径を
ランダムに100パターン生成



【幾何形状】

u 方向, v 方向に屈曲する
円柱, 球, カテナイド

【半径】

最大 : 10^6 最小 : 1

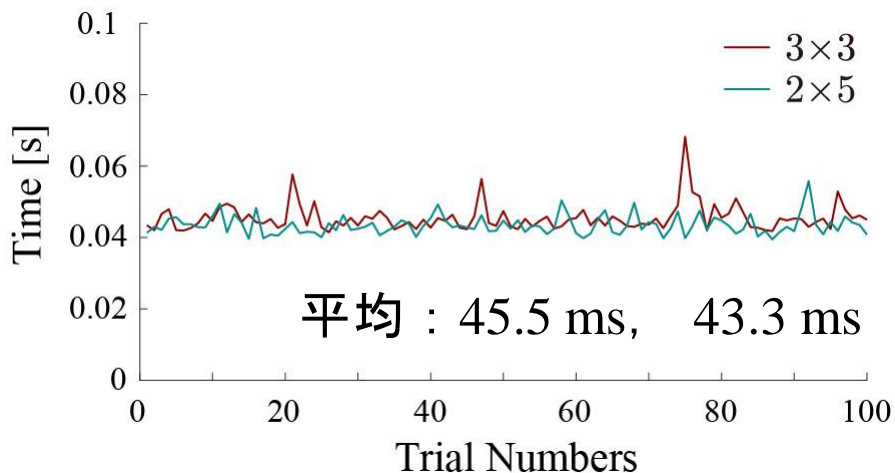
【回転面部サイズ】

$$l_u = l_v = 1$$

【極小曲面部の形状の算出】

境界に位置した辺を直線とし,
Poisson問題 $\Delta_S f = 0$ を解く

順運動学にかかる時間

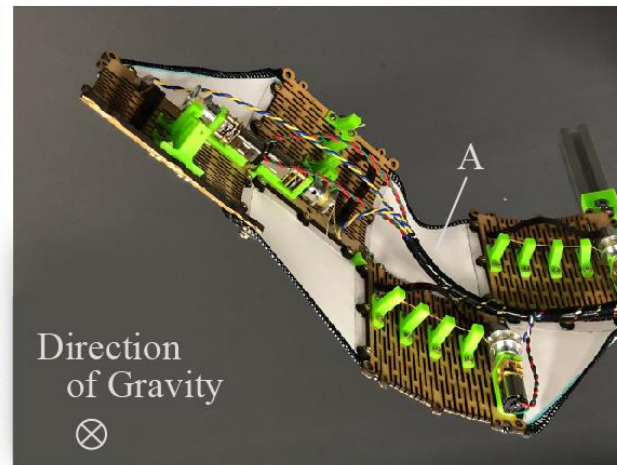
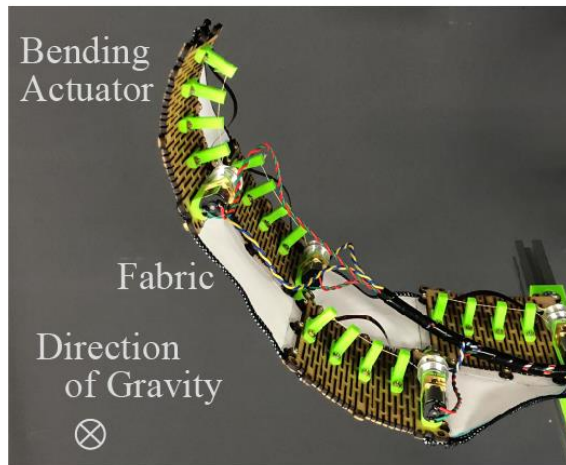
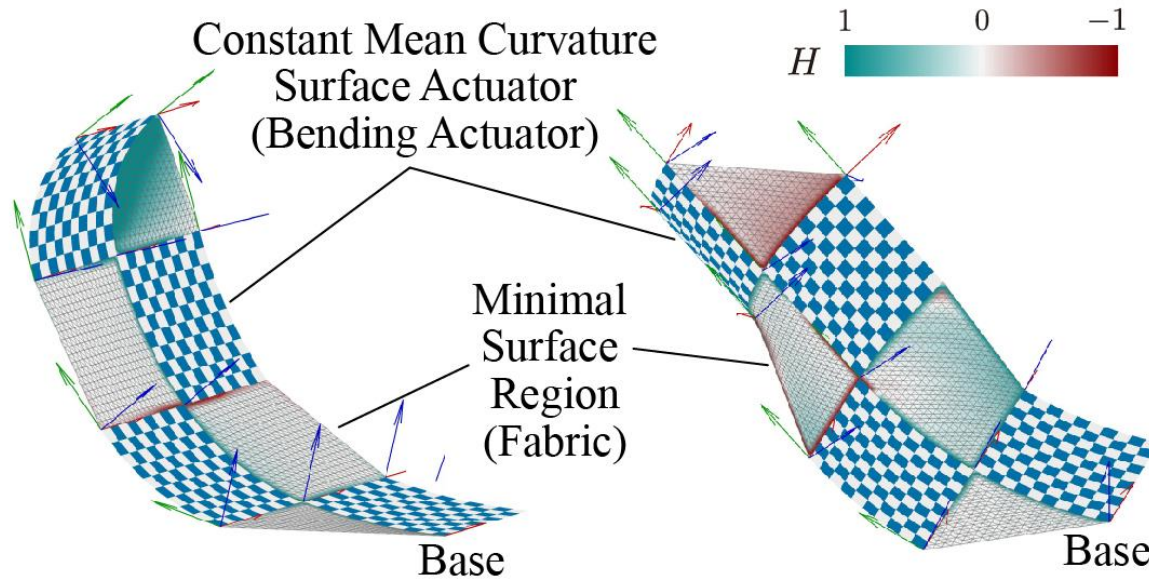


可積分条件を満たす変数で
動標構を積分する場合
(一般的に1秒以上)

よりも短時間で計算可能

円柱型屈曲アクチュエータと布で構成したロボット

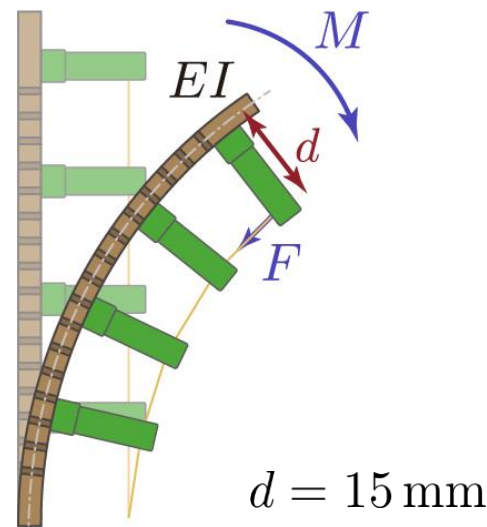
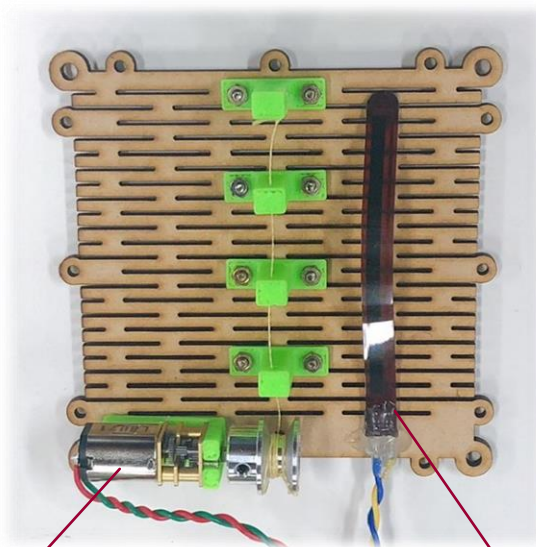
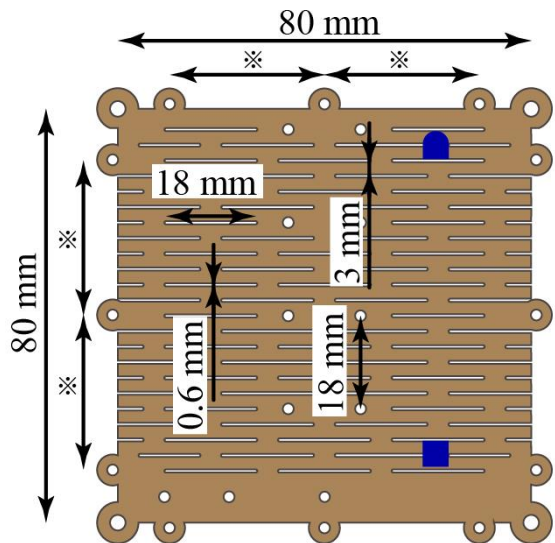
RSJ2022



回転面部(円柱型屈曲アクチュエータ)

直線状のリビングヒンジ加工を施したMDF(2.5 mm厚)を採用

Ohshima et al., "Analysis and Design of Elastic Materials Formed using 2D Repetitive Slit Pattern", 2015



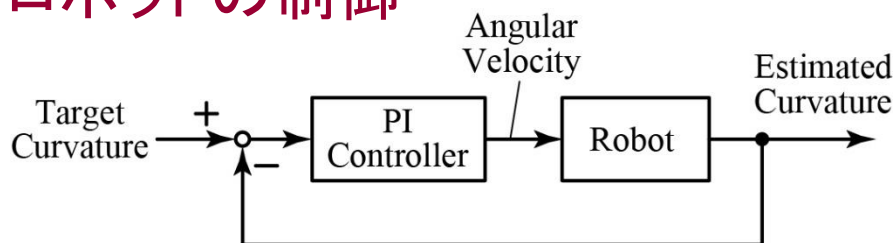
※ 30 mm

DCギヤードモータ

(ギア比1:250,
12V駆動時停止トルク4.3 kg·cm)

高分子厚膜フィルムの曲げセンサ
(MB060-N-221-A02)

ロボットの制御

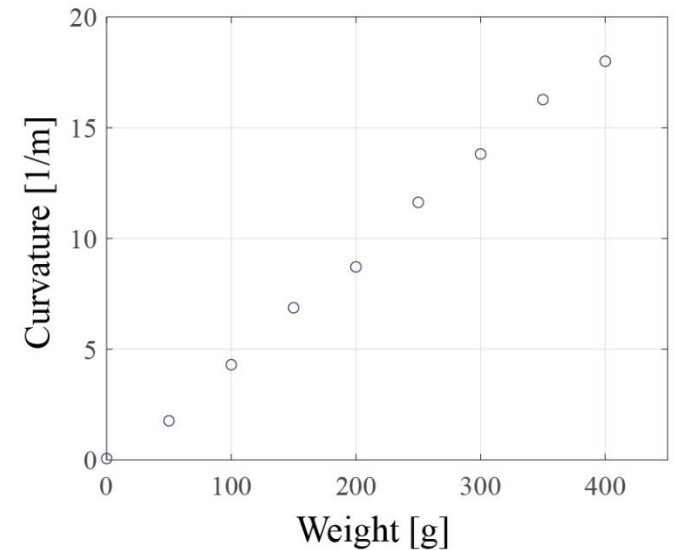
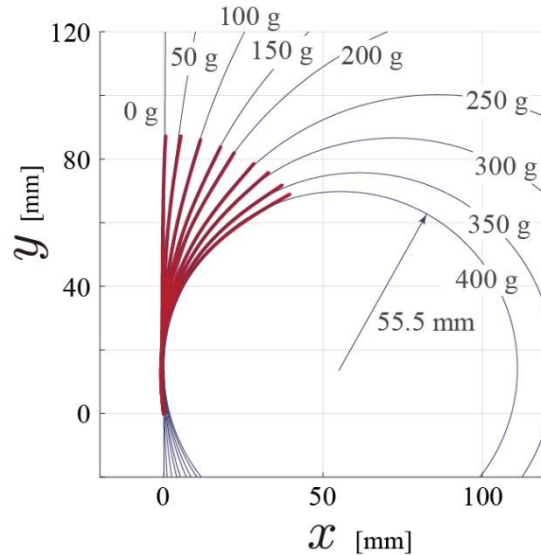
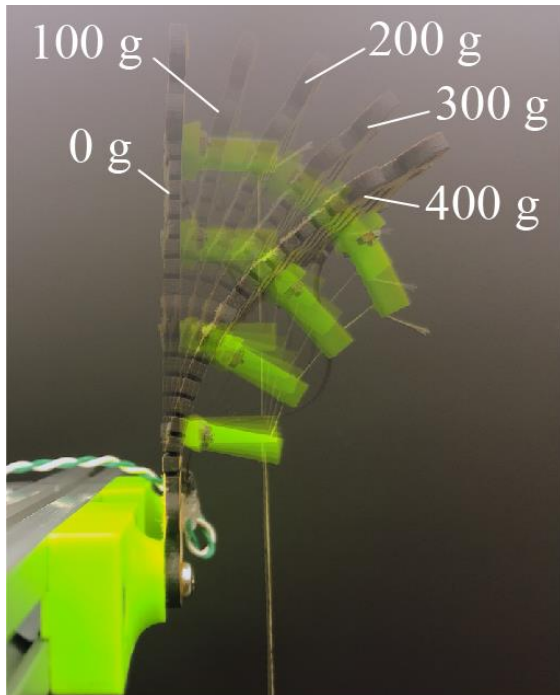


◇1つのArduino Mega2560から
すべての屈曲アクチュエータを制御

◇目標曲率と推定曲率の差により
モータの回転速度を制御

アクチュエータ単体の屈曲の確認

錘をつるした変形結果に対して
円をフィッティングした結果

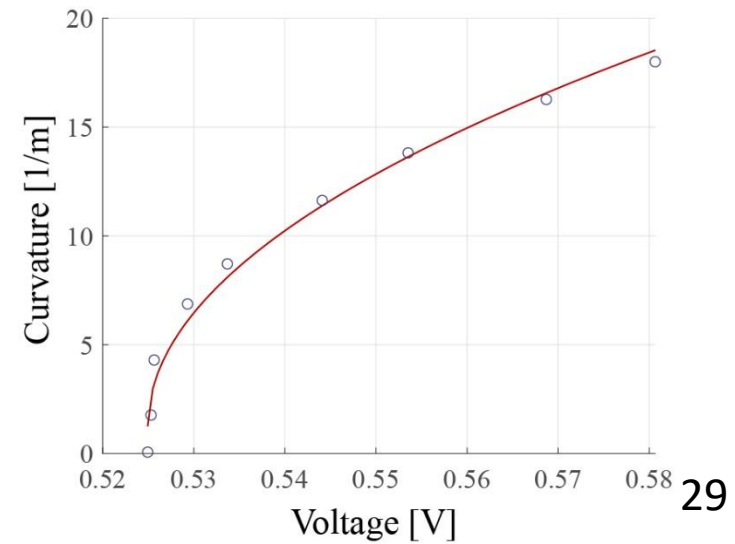


曲げセンサの値(電圧値)と曲率の関係

$$\kappa = \alpha_1 \sqrt{V - \alpha_2} + \alpha_3$$

アクチュエータの平均曲率

$$H = \kappa / 2$$

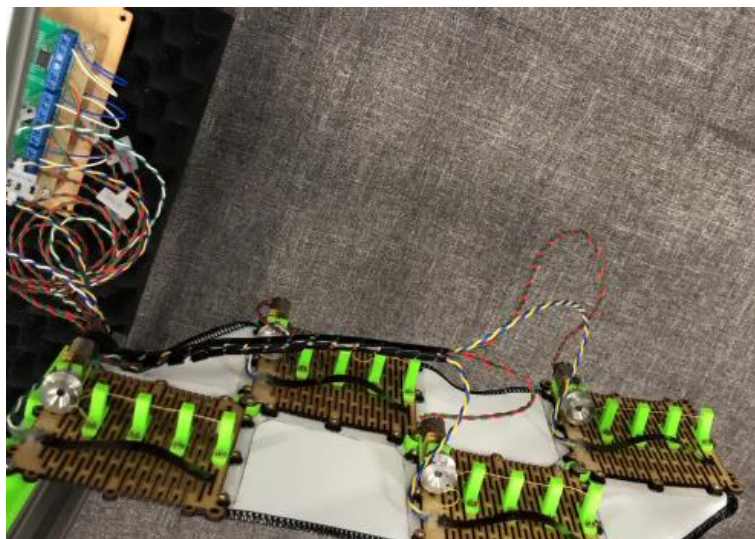
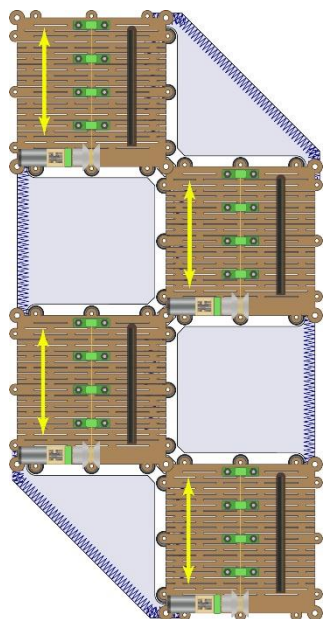


センサ情報からのロボット形状の推定

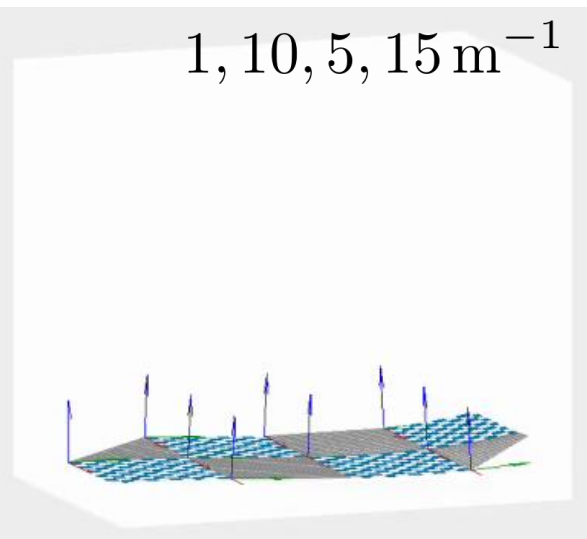


↓ 横から見れば曲線状の曲率一定なContinuum Manipulator

Robot 1

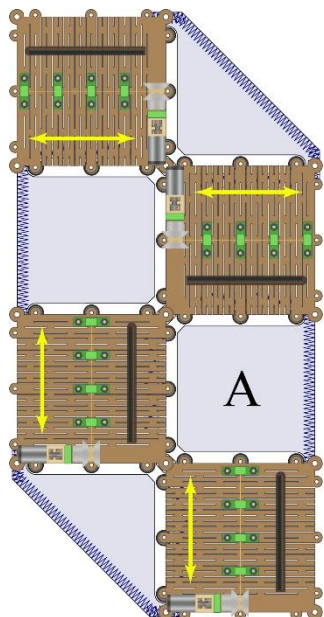


1, 10, 5, 15 m^{-1}

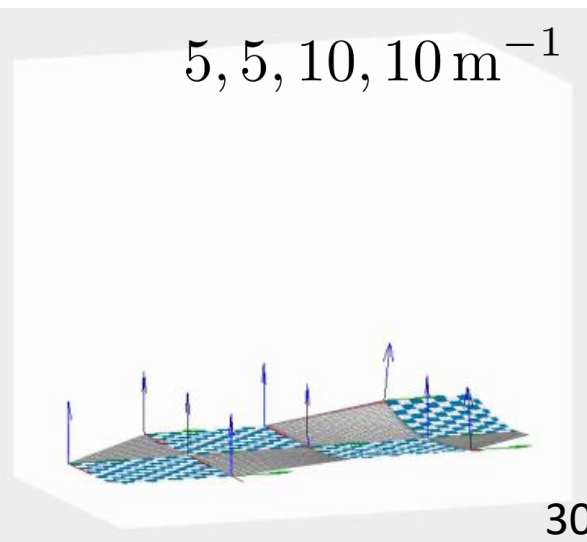


↓ 先端2つは根本2つと異なる方向に屈曲

Robot 2



5, 5, 10, 10 m^{-1}



まとめ

- 所望の形に変形する曲面形状ロボット
- ロボットの形状の幾何学部分を考える（基本は曲面論）
- ただし，理論の展開はロボット特有

ロボットだけでなく，曲面状の動く〇〇にも適用できそう

PCT/JP2022/022043 「区分的に平均曲率一定な曲面形状ロボット」

調査報告受領済み， カテゴリーA， 共同研究の企業さん探し中

おわり